

## Глава 10

### СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Совершенные кристаллы полупроводников при абсолютном нуле являются диэлектриками. Характерные для полупроводников свойства проявляются при конечных температурах, при наличии примесей, при отклонениях состава вещества от стехиометрии. Проводимость полупроводников занимает промежуточное значение между типичными диэлектриками и металлами:

- диэлектрики —  $\sigma \sim 10^{-16} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ;
- полупроводники —  $\sigma \sim (10^{-4} - 10^5) \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ;
- металлы —  $\sigma \sim (10^6 - 10^8) \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

Важным отличием полупроводников от металлов является характер температурной зависимости проводимости: если для типичных металлов проводимость обратно пропорциональна температуре (при не слишком низких значениях температуры), то у беспримесных полупроводников проводимость растет с ростом температуры по экспоненциальному закону.

Полупроводниками являются элементы IVa-подгруппы Периодической системы — алмаз, кремний, германий, серое олово; многие оксиды, например  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Cu}_2\text{O}$ ; соединения  $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$  ( $\text{GaAs}$ ,  $\text{InSb}$ , ...),  $A^{\text{II}}B^{\text{VI}}$  ( $\text{CdS}$ ,  $\text{ZnS}$ , ...),  $A^{\text{IV}}B^{\text{IV}}$  (карбид кремния  $\text{SiC}$ ); селен  $\text{Se}$  и другие.

Специфические полупроводниковые эффекты применяются в разнообразных приборах и устройствах, таких, как:

- полупроводниковые термоэлектродгенераторы;
- полупроводниковые диоды для выпрямления переменного тока и детектирования модулированных колебаний;
- туннельные диоды для генерации сверхвысокочастотных электромагнитных волн;
- свето- и фотодиоды, фотоэлементы, солнечные батареи;
- термисторы и тензорезисторы (их сопротивления известным образом зависят от температуры или механического давления);
- варикапы (конденсаторы с изменяемой электрическим полем емкостью);
- биполярные и полевые транзисторы, микросхемы различного назначения на их основе;

- запоминающие устройства (оперативная память ЭВМ);
- приборы с зарядовой связью, применяемые, например, для создания миниатюрных видеокамер;
- высокотемпературные полупроводниковые нагревательные элементы.

### 10.1. Эффект собственной проводимости и ширина запрещенной зоны

Беспримесные кристаллы полупроводников и многие диэлектрики обнаруживают при повышенных температурах проводимость, экспоненциально возрастающую с ростом температуры. Это обстоятельство связано с термической активацией электронов и их перебросом из зоны с занятыми состояниями (*валентной зоны*) в зону, первоначально свободную от электронов, которую называют *зоной проводимости* (рис. 10.1). Вероятность переброса, не равная нулю, но малая при относительно низких температурах, резко возрастает, когда выполняется неравенство:

$$k_B T \geq E_g, \quad (10.1)$$

где  $E_g$  — энергетический интервал, разделяющий зоны разрешенных состояний — *ширина запрещенной зоны*. Чем меньше ширина запрещенной зоны, тем большее количество электронов переходит из валентной зоны в зону проводимости при данной температуре.

Переход электронов внутри зоны валентных уровней из одного состояния в другое носит «эстафетный» характер: электрон, пе-

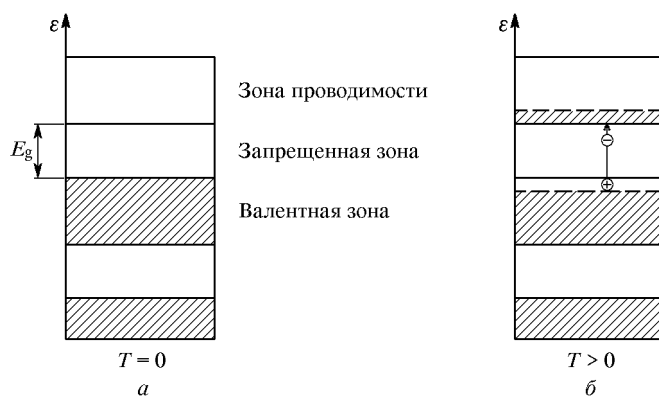


Рис. 10.1. Энергетические зоны в полупроводнике

реходя на свободный энергетический уровень, остается на нем, а освобожденный уровень заполняется другим электроном, который освобождает свой уровень для последующего электрона. При таком

способе перехода освобождающиеся состояния ведут себя подобно частицам с положительным электрическим зарядом, которые перемещаются в направлении, противоположном движению электронов при действии электрического поля. В упрощенном представлении такие квазичастицы, называемые *дырками* (hole), рассматриваются как частицы с массами, равными массе электрона. При возбуждении одного электрона в *собственном* (беспримесном) *полупроводнике* в кристалле одновременно появляется пара носителей заряда: электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне (рис. 10.1б). Перенос заряда осуществляется как электронами, так и дырками.

Полупроводники IVa-подгруппы таблицы Менделеева имеют сходную кристаллическую структуру — решетку алмазного типа. Наиболее известными полупроводниковыми материалами являются германий и кремний (в последние годы удалось путем ле-

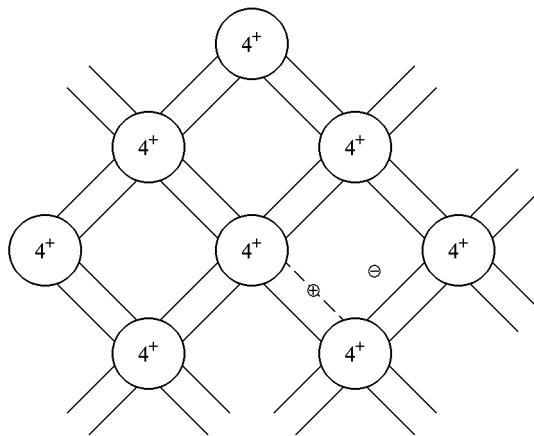


Рис. 10.2. Схема валентных связей в кристаллах со структурой типа алмаза

гирования получить и примесные полупроводниковые кристаллы алмаза). В германии или кремнии — четырехвалентных элементах — появление электрона проводимости удобно рассмотреть в двумерной схеме ковалентных связей, изображенной на рис. 10.2 (не путать с реальной трехмерной кристаллической структурой).

При тех или иных воздействиях (ионизирующие излучения, освещение, термическая активация) происходит разрыв какой-либо из ковалентных связей, в результате чего электрон становится способным свободно перемещаться по кристаллу (в энергетическом смысле этот электрон оказывается в зоне проводимости).

На месте атома с одним недостающим электроном появляется эффективный положительный заряд — нелокализованная дырка. Это состояние может быть занято валентным электроном из сосед-

него атома, тем самым происходит перемещение дырки от атома к атому.

*Проводимость*, обусловленную наличием дырок, называют *дырочной*, в отличие от электронной, вызванной движением электронов. В идеальном нелегированном (собственном) полупроводнике число электронов в зоне проводимости в точности равно числу дырок в валентной зоне.

Электроны, попавшие в зону проводимости, могут снова стать валентными — перейти в валентную зону, поскольку в ней имеется некоторое число вакантных состояний. В результате происходит акт аннигиляции (рекомбинации) электрона и дырки. Однако при данной температуре образуются и новые электронно-дырочные пары, благодаря чему устанавливается динамическое равновесное состояние: среднее число электронов проводимости равно среднему числу дырок.

### 10.2. Невырожденный электронный газ в полупроводниках

Состояние электронного газа в полупроводниках и металлах существенно различно. Прежде всего, для большинства полупроводников при любых температурах реализуется ситуация, когда *электронный газ невырожден*. Такое условие выполняется, когда концентрация электронов в зоне проводимости мала. Эта возможность существует в полупроводниках практически во всем возможном диапазоне концентраций носителей — от минимальной в собственном полупроводнике (при конечных температурах) до максимально возможной ( $10^{24} \text{ м}^{-3}$ ) в сильно легированном примесном полупроводнике (табл. 8.3). Действительно, в этом случае температура вырождения очень мала, и при нормальных температурах и стандартных концентрациях электронов (дырок) ( $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ) мы сталкиваемся с ситуацией существования невырожденного электронного газа (исключение — существование вырождения электронного газа в полупроводнике — составляет случай сильно легированного полупроводника при низких температурах). Очевидно, что в этом случае будут существовать электроны, энергия которых должна быть значительно больше уровня Ферми. Тем самым условие невырожденного электронного газа в полупроводнике при конечных температурах может быть записано так:

$$\varepsilon - \mu \gg k_B T. \quad (10.2)$$

Подстановка условия (10.2) в функцию распределения Ферми–Дирака (8.78) приводит к тому, что экспонента в знаменателе оказывается много больше единицы, благодаря чему выполняется:

$$f(\varepsilon) = \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{k_B T}\right) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right). \quad (10.3)$$

Соотношение (10.3) имеет вид классического статистического распределения Максвелла–Больцмана (рис. 10.3). Следовательно, невырожденный электронный газ в полупроводниках может быть

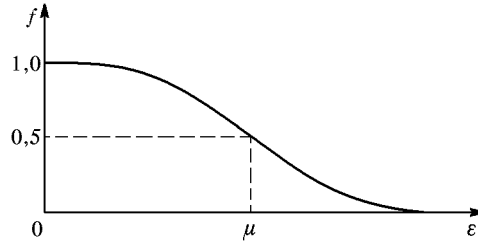


Рис. 10.3. Функция распределения для невырожденного полупроводника

охарактеризован в тех же терминах, что и обычный газ. *Полупроводник*, для которого выполняется соотношение (10.3), называют *невырожденным*.

Отметим важное обстоятельство, связанное с терминологией, принятой в теории металлов и в физике полупроводников. В металлах величина энергии Ферми зависит только от концентрации электронов и соответствует максимально возможной энергии занятого электронного состояния (при  $T = 0$  энергия Ферми и химический потенциал совпадают). При конечных температурах химический потенциал зависит от температуры (соотношение (8.128)), однако, поскольку электронный газ в металлах вырожденный, его концентрация фактически не зависит от температуры, что и предопределяет соответствие: химический потенциал примерно равен энергии Ферми (гл. 8). Напротив, в полупроводниках электроны проводимости появляются только при конечных температурах, что отвечает возбужденному состоянию. В результате концентрация носителей заряда сильно зависит от температуры, вследствие чего химический потенциал, который в физике полупроводников обычно также называют *уровнем Ферми*, есть функция концентрации и температуры. Так, для собственных полупроводников уровень Ферми  $\mu$  находится в запрещенной зоне.

### 10.3. Концентрация электронов (дырок) в зоне проводимости (валентной зоне). Закон действующих масс

Рассчитаем концентрацию электронов в зоне проводимости полупроводника при конечных температурах. Для этого воспользуемся представлением электронного газа в модели сильной связи, справедливым в окрестности центра зоны Бриллюэна. Поскольку рассматриваются электроны в зоне проводимости, отсчет энергии должен осуществляться от дна зоны проводимости  $\varepsilon_c$  (индекс «с»

от англ. *conductivity* — проводимость):

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \varepsilon_c + \frac{p^2}{2m}. \quad (10.4)$$

Здесь  $m$  — эффективная масса электронов в твердом теле. Из (10.4) получим

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2m(\varepsilon - \varepsilon_c)}, \\ dp &= \frac{1}{2}\sqrt{2m}(\varepsilon - \varepsilon_c)^{-1/2}d\varepsilon. \end{aligned} \quad (10.5)$$

Используя (10.5), аналогично § 8.8 получим

$$dN = D(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c} d\varepsilon. \quad (10.6)$$

Таким образом, для плотности электронных состояний свободных электронов из (10.6) следует

$$D(\varepsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c}. \quad (10.7)$$

Важное отличие (10.7) от плотности электронных состояний в металлах (8.101) состоит в том, что используется эффективная масса электронов. Принимая, что полупроводник — невырожденного типа, и для него справедливо распределение (10.3), и подставляя (10.3) и (10.7) в (8.98), для числа электронов на единицу объема (концентрации) электронов в зоне проводимости получим

$$\begin{aligned} n_e &= \frac{1}{V} \int_0^\infty f(\varepsilon)D(\varepsilon)d\varepsilon = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu}{k_B T}\right) \int_{\varepsilon_c}^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c} d\varepsilon = \\ &= 2 \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T}\right) \int_0^\infty \exp(-x)x^{1/2} dx = \\ &= N_c \Phi_{1/2}\left(\frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T}\right), \end{aligned} \quad (10.8)$$

где введены обозначения  $x = \varepsilon / (k_B T)$ , *эффективная плотность состояний* электронов в зоне проводимости

$$N_c = 2 \left( \frac{m k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}, \quad (10.9)$$

и один из семейства интегралов Ферми–Дирака

$$\Phi_{1/2} \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) \int_0^{\infty} \exp(-x) x^{1/2} dx. \quad (10.10)$$

Верхний предел в интеграле принят равным бесконечности потому, что функция распределения (10.3) быстро спадает по мере увеличения энергии электронов  $\varepsilon > \varepsilon_c$ . Значение интеграла в (10.10) известно:

$$\int_0^{\infty} \exp(-x) x^{1/2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad (10.11)$$

тогда

$$\Phi_{1/2} \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right). \quad (10.12)$$

Подстановка (10.12) в (10.8) приводит к окончательному соотношению для зависимости концентрации электронов в зоне проводимости невырожденного полупроводника от температуры:

$$n_e = N_c \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = 2 \left( \frac{m k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right). \quad (10.13)$$

С помощью формулы (10.13) можно определить положение уровня Ферми при данной температуре и концентрации электронов:

$$\mu = \varepsilon_c - k_B T \ln \left( \frac{N_c}{n_e} \right). \quad (10.14)$$

Из (10.14) следует вывод: чем больше концентрация электронов, тем уровень Ферми, оставаясь в запрещенной зоне, оказывается ближе к дну зоны проводимости.

Примем во внимание, что при термическом (или ином) переходе одного электрона в зону проводимости в собственном (беспримесном) полупроводнике одновременно появляется пара носителей заряда: электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне (см. рис. 10.1б). Благодаря этому обстоятельству концентрация

дырок в валентной зоне может быть подсчитана аналогично электронной концентрации в зоне проводимости.

Поскольку дырки рассматриваются в валентной зоне, отсчет энергии должен осуществляться от потолка валентной зоны  $\varepsilon_v$ . Если, в соответствии с моделью, описанной соотношениями (9.94)–(9.96), взять простой закон дисперсии для «свободных» дырок, действующий на границе зоны Бриллюэна — вблизи максимума энергии в разрешенной зоне (потолка валентной зоны), то можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_v + \frac{p^2}{2m_h}. \quad (10.15)$$

В (10.15) величина  $m_h$  — эффективная масса дырки в кристалле, в общем случае, существенно отличающаяся как от массы свободного электрона, так и от эффективной массы электрона в твердом теле. Функция плотности состояний дырок в валентной зоне вблизи ее потолка, аналогично (10.7) и с учетом (10.15), будет иметь вид

$$D_h(\varepsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_h}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon_v - \varepsilon}. \quad (10.16)$$

Вероятность обнаружить дырку с данной энергией при определенной температуре может быть также определена с помощью функции типа распределения Ферми–Дирака, однако в данном случае нужно найти вероятность отсутствия электрона:

$$f_h(\varepsilon) = 1 - f(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \exp((\mu - \varepsilon)/(k_B T))}. \quad (10.17)$$

Аналогично случаю невырожденного электронного газа, существует и газ невырожденных дырок, благодаря чему соотношение (10.17) приобретает вид

$$f_h(\varepsilon) \approx \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right). \quad (10.18)$$

Тогда, аналогично (10.13), для концентрации дырок  $n_p$  в валентной зоне имеем:

$$\begin{aligned} n_p &= \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{\varepsilon_v} f_h(\varepsilon) D_h(\varepsilon) d\varepsilon = 2 \left( \frac{m_h k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\varepsilon_v - \mu}{k_B T}\right) = \\ &= N_v \exp\left(\frac{\varepsilon_v - \mu}{k_B T}\right). \end{aligned} \quad (10.19)$$



Положение уровня Ферми аналогично (10.14) вычисляется при данной температуре и концентрации дырок с помощью

$$\mu = \varepsilon_v + k_B T \ln \left( \frac{N_v}{n_p} \right). \quad (10.20)$$

Для собственного полупроводника выполняется условие

$$n_p = n_e = n_i. \quad (10.21)$$

Перемножая соотношения (10.13) и (10.19), получим, что произведение не зависит от уровня Ферми:

$$\begin{aligned} n_e n_p = n_i^2 &= 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m m_h)^{3/2} \exp \left( \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = \\ &= N_c N_v \exp \left( -\frac{E_g}{k_B T} \right), \end{aligned} \quad (10.22)$$

где  $E_g = \varepsilon_c - \varepsilon_v$  — ширина запрещенной зоны. Соотношение (10.22) носит наименование *закона действующих масс* и может служить для определения концентрации электронов (дырок) в собственном невырожденном полупроводнике при конечных температурах:

$$\begin{aligned} n_i &= 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m m_h)^{3/4} \exp \left( \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_c}{2k_B T} \right) = \\ &= \sqrt{N_c N_v} \exp \left( -\frac{E_g}{2k_B T} \right). \end{aligned} \quad (10.23)$$

Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике можно также определить из соотношения (10.21) и формул (10.13) и (10.19):

$$N_c \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = N_v \exp \left( \frac{\varepsilon_v - \mu}{k_B T} \right). \quad (10.24)$$

Отсюда следует:

$$\mu = E_i - \frac{1}{2} k_B T \ln \left( \frac{N_c}{N_v} \right) = E_i - \frac{3}{4} k_B T \ln \left( \frac{m}{m_h} \right), \quad (10.25)$$

где  $E_i = (\varepsilon_c + \varepsilon_v)/2$  — положение центра запрещенной зоны. Очевидно, что уровень Ферми в точности совпадает с положением центра запрещенной зоны при абсолютном нуле и приближенно —

при  $m \approx m_h$  для конечных температур (рис. 10.4). На рис. 10.4 учтено, что для большинства полупроводников ширина запрещенной зоны слабо зависит от температуры. Эта зависимость может быть аппроксимирована соотношением:

$$E_g = E_{g0} - \alpha T, \quad (10.26)$$

где  $\alpha$  — некоторый коэффициент, зависящий от материала. Качественно объяснение этой зависимости можно дать, если учесть, что, благодаря анизотропии колебаний решетки, помимо теплового расширения, возникает взаимодействие электронов с колебаниями решетки, благодаря чему валентные электроны приобретают дополнительную энергию, что и уменьшает ширину запрещенной зоны.

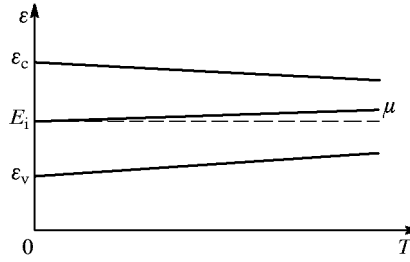


Рис. 10.4. Уровень Ферми в полупроводнике при  $m < m_h$

#### 10.4. Водородоподобная модель простых донорных и акцепторных центров

Существенным влиянием на электропроводность полупроводников обладают легирующие добавки. Растворение в германии или кремнии атомов пятивалентной примеси, например, фосфора  $P^{5+}$ , замещающего атомы основного вещества (твердый раствор замещения) приводит к тому, что четыре электрона этого атома вступают в ковалентную связь и являются структурообразующими (рис. 10.5). Особая роль пятого валентного электрона связана с тем, что он значительно более слабо связан с атомом, нежели электроны, участвующие в химической связи. Следовательно, энергия его отрыва (энергия ионизации примесного атома  $J_d$ ) будет значительно меньше ширины запрещенной зоны — энергии переброса электронов, участвующих в химической связи, в зону проводимости.

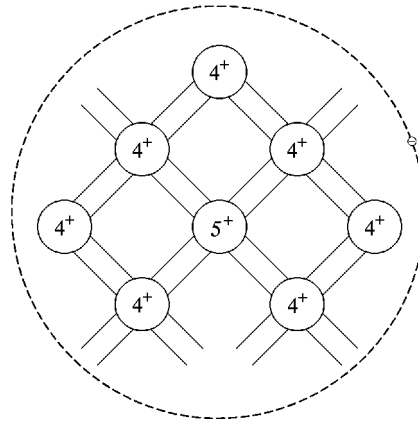


Рис. 10.5. Донорная пятивалентная примесь в кристаллах со структурой типа алмаза

Интересно, что, создавая первые сверхчистые материалы — полупроводники в конце 30-х годов, химики-технологи и металлурги еще не имели никакого представления об огромной степени влияния примесей на характер проводимости этих кристаллов, в результате чего, например, кристаллы германия получались, имея то электронную, то дырочную проводимости (естественно, что сами эти термины появились позднее). Одно из важных открытий в этой области было сделано способом, который применялся в XIX веке: ученый-металлург Дж. С. Скафф обнаружил, что некоторые слитки Ge, только что извлеченные из печи, пахнут фосфором! Сопоставление наличия данной примеси с типом проводимости (электронная) сразу позволило продвинуться в области физической химии данных веществ.

Поскольку обычно число примесных атомов сравнительно невелико по сравнению с атомами основного вещества, они оказываются на сравнительно больших расстояниях друг от друга, вследствие чего степень перекрытия их волновых функций практически равна нулю. Поэтому атомы примеси не могут образовать энергетическую зону, и их энергетическое состояние характеризуется изолированным энергетическим уровнем основного состояния пятого валентного электрона. Этот уровень находится в запрещенной зоне вблизи дна зоны проводимости, поскольку энергия отрыва такого электрона мала (рис. 10.6). Примеси такого типа, обра-

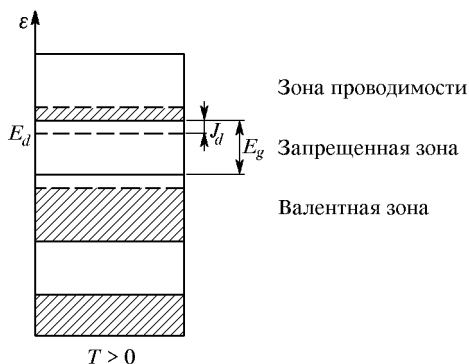


Рис. 10.6. Энергетический уровень донорной примеси в электронном полупроводнике

зующие электроны проводимости, называют *донорными*, и легированный полупроводник *n*-типа (от англ. *negative* — отрицательный) будет обладать электронной проводимостью.

Система «пятый электрон—ион примеси» фактически аналогична по своему устройству атому водорода. Радиус орбиты пятого электрона может быть значительно больше межатомного расстояния, поскольку сила кулоновского взаимодействия этого электрона с положительным ионом примеси ослабляется в  $\epsilon$  раз за счет ди-

электрической поляризации кристалла ( $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды). Энергия связи и радиус электрона в атоме водорода в основном состоянии определены соотношениями:

$$E_{\text{H}} = -\frac{e^2}{2r_{\text{H}}} = -\frac{m_0 e^4}{2(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2}, \quad (10.27)$$

$$r_{\text{H}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_0 e^2}. \quad (10.28)$$

Тогда, используя представление о подобии рассмотренной модели атому водорода, для энергии и «боровского радиуса» такого примесного атома можно записать, если заменить  $m_0 \rightarrow m$ ,  $e^2 \rightarrow e^2/\varepsilon$ :

$$E_d = -\frac{e^2}{2r_d} = -\frac{m e^4}{2(4\pi\varepsilon_0\varepsilon\hbar)^2}, \quad (10.29)$$

$$r_d = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\hbar^2}{m e^2}. \quad (10.30)$$

Энергия ионизации примесного атома должна быть намного меньше, чем энергия ионизации атома водорода. Действительно, входящая в (10.29) диэлектрическая проницаемость в полупроводниках значительно превышает единицу ( $\varepsilon_{\text{Si}} = 11,7$ ;  $\varepsilon_{\text{Ge}} = 16$ ), а эффективная масса электронов в них существенно ниже по сравнению с массой свободного электрона:  $m_{\text{Si}} \approx 0,2m_0$ ,  $m_{\text{Ge}} \approx 0,1m_0$ .

Аналогичная модель применима и для *акцепторных примесей*. Такие примеси образуются растворением в германии или кремнии элементов III группы Периодической системы, образующих трехвалентные ионы: В, Al, Ga, In. Естественно, что эффективная масса дырок в этом случае будет отличаться от электронной. Реальные значения энергии ионизации донорных и акцепторных примесей в полупроводниках приводятся в табл. 10.1.

Таблица 10.1. Энергия ионизации донорных и акцепторных примесей в полупроводниках ( $10^{-3}$  эВ)

Полупроводник	Примеси						
	Доноры			Акцепторы			
	P	As	Sb	B	Al	Ga	In
Si	45,3	53,5	42,5	44,3	68,4	72,3	155
Ge	12,7	14,0	10,2	10,6	10,9	11,1	11,7

Из табл. 10.1 следует, что энергии ионизации различных примесей, растворенных в одном и том же кристалле, близки, что позволяет сделать вывод о состоятельности водородоподобной модели.

Из (10.29) понятно, что радиус орбиты электрона или дырки в полупроводнике значительно увеличен по сравнению с атомом водорода и может составлять несколько десятков ангстрем, и, следовательно, размер такого водородоподобного атома формально может быть много больше элементарной ячейки.

Сравнивая значение энергии, которое может иметь электрон (или дырка) при комнатной температуре  $k_B T (300 \text{ К}) = 0,026 \text{ эВ}$ , с энергией ионизации донора (акцептора), можно сделать заключение о том, что в этом случае проводимость легированных кристаллов будет заметной в отличие от «чистых» кристаллов.

### 10.5. Концентрация электронов в зоне проводимости донорного полупроводника

Физические свойства легированных полупроводниковых кристаллов представляют исключительный интерес, поскольку именно влияние примесей создает специфические, отличные от диэлектриков, проводящие свойства. Рассмотрим электронный полупроводник, в котором структурные примеси V группы Периодической системы создают так называемые *простые центры*. В этом случае примесный центр может находиться в одном из двух зарядовых состояний: заполненном — «лишний» пятый электрон находится в окрестности примесного атома; пустом — электрон покидает примесный атом и оказывается в зоне проводимости. Пусть энергии основного состояния примесного уровня соответствует значение  $E_d$ , а концентрация примесных атомов составляет значение  $N_d$ . Тогда концентрации занятых и пустых центров будут иметь вид, соответственно:

$$N_1 = N_d f, \quad (10.31)$$

$$N_0 = N_d (1 - f), \quad (10.32)$$

где  $f$  — функция распределения Ферми–Дирака (10.3). Отношение этих концентраций в явном виде будет равно

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{f}{1 - f} = \exp\left(\frac{\mu - E_d}{k_B T}\right). \quad (10.33)$$

Поскольку выполняется

$$N_0 + N_1 = N_d, \quad (10.34)$$

то вероятности наличия либо отсутствия электрона в примесном центре будут иметь значения, соответственно:

$$F_1 = \frac{N_1}{N_d} = \frac{1}{1 + \exp((E_d - \mu)/(k_B T))}, \quad (10.35)$$

$$F_0 = \frac{N_0}{N_d} = \frac{1}{1 + \exp((\mu - E_d)/(k_B T))}. \quad (10.36)$$

В однородной проводящей среде, находящейся в равновесии, объемный заряд вследствие кулоновского взаимодействия существовать не может. Поэтому сумма концентраций отрицательных и положительных зарядов должна быть равна нулю:

$$n_p + n_d - n_e - n_a = 0, \quad (10.37)$$

где  $n_p, n_e$  — концентрации дырок и электронов в валентной зоне и зоне проводимости;  $n_d, n_a$  — концентрации связанных положительных и отрицательных зарядов (положительно заряженных ионов-доноров и отрицательных ионов-акцепторов, соответственно). Для случая донорного полупроводника будем считать, что концентрация дырок в валентной зоне пренебрежимо мала:  $n_p \ll n_e$ , и акцепторные центры отсутствуют. Условие (10.37) упрощается и может быть представлено в форме виде

$$|n_d| = |n_e|. \quad (10.38)$$

Тем самым концентрация электронов в зоне проводимости оказывается равной концентрации пустых примесных центров донорного типа. Последнюю можно определить с помощью соотношения (10.36). С другой стороны, концентрация свободных электронов для невырожденного полупроводника дается формулой (10.13). Поэтому из (10.38), (10.36) и (10.13) следует

$$N_d \left( 1 + \exp \left( \frac{\mu - E_d}{k_B T} \right) \right)^{-1} = N_c \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right). \quad (10.39)$$

Сделаем вспомогательное преобразование:

$$\begin{aligned} \exp \left( \frac{\mu - E_d}{k_B T} \right) &= \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) \exp \left( \frac{\varepsilon_c - E_d}{k_B T} \right) = \\ &= \frac{n_e}{N_c} \exp \left( \frac{J}{k_B T} \right), \end{aligned} \quad (10.40)$$

где  $J = \varepsilon_c - E_d$  — энергия ионизации примесного уровня. В результате условие (10.38) примет вид

$$\begin{aligned} N_c \exp \left( \frac{\mu - \varepsilon_c}{k_B T} \right) &= \frac{N_d}{1 + (n_e/N_c) \exp(J/(k_B T))}; \\ n_e &= \frac{N_d}{1 + (n_e/N_c) \exp(J/(k_B T))} = \frac{N_d}{1 + n_e/n_1}, \end{aligned} \quad (10.41)$$

где введено обозначение

$$n_1 = N_c \exp \left( \frac{E_d - \varepsilon_c}{k_B T} \right) = N_c \exp \left( -\frac{J}{k_B T} \right). \quad (10.42)$$

Соотношение (10.41) представляет собой квадратное уравнение относительно величины  $n$ :

$$n_e^2 + n_1 n_e - n_1 N_d = 0. \quad (10.43)$$

Физически значимое решение — неотрицательная концентрация — имеет вид

$$n_e = \frac{n_1}{2} \left( \sqrt{1 + 4 \frac{N_d}{n_1}} - 1 \right). \quad (10.44)$$

При достаточно низких температурах донорный уровень практически не ионизирован. Это обстоятельство можно определить с помощью неравенства

$$\frac{4N_d}{n_1} \gg 1, \quad (10.45)$$

благодаря чему решение (10.44) примет вид

$$n_e = \sqrt{N_c N_d} \exp \left( -\frac{J}{2k_B T} \right). \quad (10.46)$$

Физически результат (10.46) означает, что при низких температурах примесный уровень ионизирован частично, и число электронов в зоне проводимости будет экспоненциально нарастать с увеличением температуры.

При высоких температурах (но значительно ниже той, при которой возбуждается собственная проводимость) должно выполняться неравенство, обратное условию (10.45):

$$\frac{4N_d}{n_1} \ll 1, \quad (10.47)$$

тогда решение (10.44) принимает особенно простой вид:

$$n_e = N_d. \quad (10.48)$$

Тем самым можно сказать, что в указанной области температур все электроны донорного уровня оказываются в зоне проводимости, вследствие чего проводимость будет носить чисто примесный характер. Из соотношения (10.48) также следует, что в этом случае должна отсутствовать температурная зависимость концентрации электронов в зоне проводимости (температурная зависимость проводимости также слабо выражена).

Принимая во внимание, что степенная зависимость от температуры в соотношениях (10.23) и (10.46) заметно менее выражена по сравнению с экспоненциальными множителями, полученные результаты по температурной зависимости концентрации

типичного электронного полупроводника могут быть представлены в полулогарифмическом масштабе (рис. 10.7). При низких температурах (участок 3) ионизируются атомы донорной примеси. Поскольку их число ограничено, при энергиях, определяемых неравенством  $2k_B T > J$ , все атомы примеси уже ионизированы, и в определенной области средних температур (участок 2) концентрация электронов практически не меняется.

На участке 1, в области высоких температур, когда выполняется неравенство  $2k_B T > E_g$ , происходит интенсивная термическая ионизация атомов основного вещества, и концентрация носителей быстро возрастает по мере увеличения температуры.

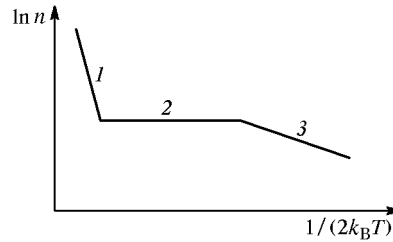


Рис. 10.7. Температурная зависимость концентрации электронов в зоне проводимости донорного полупроводника

### 10.6. Электропроводность полупроводников и ее температурная зависимость

При не слишком больших значениях напряженности электрического поля в полупроводниках, как и в металлах, хорошо выполняется закон Ома (8.16). Здесь следует указать условия измерений: образец полупроводника должен быть однородным с точки зрения распределения концентрации носителей, и токоведущие контактные пары «проводник–полупроводник» должны сохранять «металлический» характер проводимости при любой полярности приложенного постоянного электрического поля (в этом случае говорят об «омических» контактах). Тогда для полупроводниковых кристаллов сохраняются основные результаты теории металлической проводимости, изложенной в гл. 8. В частности, удельная электропроводность может быть записана в виде, аналогичном (8.13), однако следует различать случаи *собственной* ( $i$ ), *электронной* ( $n$ ) или *дырочной* ( $p$ ) проводимости:

$$\sigma_{(i)} = n_i e (|\mu_n| + |\mu_p|), \quad (10.49)$$

$$\sigma_{(n)} = n_i e (|\mu_n| + |\mu_p|) + n_e e \mu_n, \quad (10.50)$$

$$\sigma_{(p)} = n_i e (|\mu_n| + |\mu_p|) + n_p e \mu_p, \quad (10.51)$$

где для собственных полупроводников выполняется  $n_i = n_e = n_p$ , и подвижности  $\mu_e$  электронов и  $\mu_p$  дырок различаются, поскольку различны эффективные массы, длины свободного пробега или вре-



мена между актами последовательного рассеяния этих частиц:

$$\mu_n = \frac{e\lambda_n}{2mv_T} = \frac{e\tau_n}{2m}, \quad (10.52)$$

$$\mu_p = \frac{e\lambda_p}{2m_h v_T} = \frac{e\tau_p}{2m_h}, \quad (10.53)$$

При записи соотношений (10.49)–(10.51) было принято во внимание, что противоположны между собой как знаки зарядов, так и знаки подвижностей электронов и дырок, благодаря чему общая проводимость составляет арифметическую сумму различных вкладов. Считается, что средняя тепловая скорость, длина свободного пробега и время между последовательными соударениями электронов и дырок с центрами рассеяния связаны так:

$$\tau_{n(p)} = \frac{\lambda_{n(p)}}{v_T}. \quad (10.54)$$

Рассматривая, например, соотношение (10.50), записанное в виде

$$\sigma_{(n)}(T) = en_i(T)(\mu_n(T) + \mu_p(T)) + en_e(T)\mu_n(T), \quad (10.55)$$

можно заключить, что температурная зависимость проводимости должна быть связана с двумя факторами: температурной зависимостью концентраций носителей тока и температурной зависимостью их подвижностей. Первый из них подробно рассмотрен выше (§ 10.3, 10.5). Следует выяснить возможные причины, приводящие к *температурной зависимости подвижности*.

Во-первых, такая зависимость возникает вследствие того, что, как известно из молекулярной физики, средняя тепловая скорость частиц-носителей тока зависит от температуры:

$$v_T \sim \sqrt{T}. \quad (10.56)$$

Здесь и ниже для упрощения оценки предполагается, что возможной температурной зависимостью эффективной массы можно пренебречь. Формула (10.56) действительна для невырожденных полупроводников, поскольку предполагает существование электронного или дырочного газа.

Во-вторых, от температуры будет зависеть длина свободного пробега заряженных частиц в полупроводнике. Очевидно, причиной рассеяния частиц-электронных волн являются нарушения периодичности строения решетки кристалла:

- тепловые колебания — фононы;
- примеси, структурные дефекты.

Необходимо указать степень важности этих механизмов рассеяния, которые, к тому же, могут давать различные вклады при

разных температурах. Если число дефектов и примесей с температурой меняется не слишком значительно, то с ростом температуры на первый план должен выходить фоновый механизм рассеяния. Очевидно, что эффективность рассеяния электронов (дырок) на фонах должна быть пропорциональна числу последних. Следовательно, длина свободного пробега будет обратно пропорциональна числу фононов. Как показано в гл. 8, при высоких температурах их число пропорционально температуре:

$$n_{\text{фон}} \approx \frac{k_{\text{В}}}{\hbar\omega} T, \quad (10.57)$$

и, как и в металлах, можно ожидать, что средняя длина свободного пробега для температур, превышающих температуру Дебая, должна изменяться обратно пропорционально температуре. Тогда ожидаемое температурное поведение подвижности, обусловленное *фононным механизмом*, должно подчиняться соотношению:

$$\mu_{n(p)}^{\text{Ф}} \sim \frac{\lambda_{n(p)}(T)}{v_T(T)} \sim T^{-3/2}. \quad (10.58)$$

Роль дефектов и примесей возрастает по мере понижения температуры, когда число фононов быстро уменьшается. При этом заряженные частицы — электроны и дырки — более эффективно взаимодействуют, благодаря кулоновскому взаимодействию, с ионизированными примесными атомами, которыми в полупроводниках являются легирующие добавки. Поэтому процесс такого взаимодействия можно описать, используя соотношение Резерфорда, полученное для объяснения экспериментов по рассеянию  $\alpha$ -частиц в веществе. Из этого соотношения следует, что сечение рассеяния, при прочих равных условиях, обратно пропорционально четвертой степени скорости частицы:

$$S \sim \frac{1}{v^4}. \quad (10.59)$$

Тогда, учитывая, что длина свободного пробега обратно пропорциональна сечению рассеяния, и имея в виду (10.56), получим для *примесного вклада*:

$$\mu_{n(p)}^{\text{пр}} \sim \frac{\lambda_{n(p)}(T)}{v_T(T)} \sim v_T^2 \sim T^{3/2}. \quad (10.60)$$

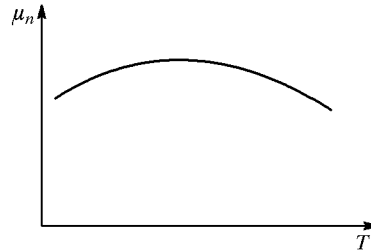


Рис. 10.8. Температурная зависимость подвижности электронов в полупроводниках

Из сравнения (10.58) и (10.60) следует, что подвижность  $\mu_n(T)$  должна возрастать от области низких температур, где преобладает

примесный механизм, и, достигнув максимума при некоторой температуре, будет убывать вследствие смены механизма рассеяния. Качественно характер зависимости  $\mu_n(T)$  для электронов показан на рис. 10.8.

Следовательно, в целом температурная зависимость подвижности в полупроводниках слабо меняется в широкой области температур и оказывает слабое влияние на температурную зависимость удельной электропроводности. Поэтому можно заключить, что преимущественное влияние на сильную температурную зависимость проводимости должно оказывать изменение концентрации носителей заряда. Об этом свидетельствует существенное возрастание проводимости при высоких температурах, тогда как подвижность в этой области даже уменьшается. Тогда для электронного проводника соотношение (10.55) можно представить так:

$$\sigma_{(n)} = \sigma_i \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) + \sqrt{N_d} \sigma_n \exp\left(-\frac{J}{2k_B T}\right), \quad (10.61)$$

где  $\sigma_i$ ,  $\sigma_n$  — величины, слабо зависящие от температуры,  $N_d$  — концентрация примесных донорных центров. Из (10.61) следует зависимость проводимости легированного полупроводника от температуры и концентрации примеси. Качественно эти зависимости приводятся на рис. 10.9. Характерные изломы кривых имеют ту

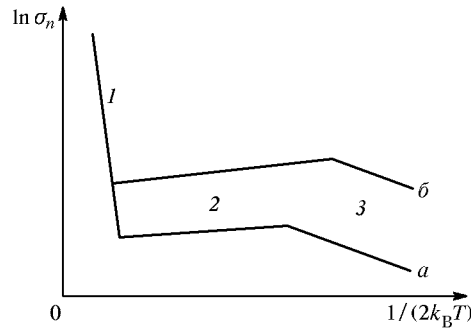


Рис. 10.9. Температурная зависимость удельной электропроводности донорного полупроводника. Кривая *a* соответствует меньшей концентрации примеси в сравнении с кривой *b*

же причину, что и особенности температурного поведения концентрации носителей заряда (рис. 10.8). Некоторое отличие наблюдается на участке 2, когда все примесные центры ионизированы, и концентрация носителей не меняется в определенной области температур, однако, уменьшение проводимости существует из-за рассеяния носителей заряда на фононах. Из рисунка следует также, что существенное влияние на проводимость оказывает концентрация легирующих примесей. Отметим, что, хотя применяемые для

легирования примеси образуют с основным веществом непрерывный ряд твердых растворов замещения в любой концентрации, существует определенный предел, за которым дальнейшее увеличение концентрации приводит к смене типа проводимости от полупроводникового к металлическому. Такой эффект возникает, например, при превышении концентрации мышьяка в германии более  $10^{23} \text{ м}^{-3}$ .

Приближение собственной проводимости к температурной области 1 (рис. 10.9) делает нормальную работу полупроводниковых приборов невозможной (за исключением полупроводниковых термоэлектрогенераторов). Это фундаментальное ограничение связано с шириной запрещенной зоны. Поэтому работа электронных приборов и устройств на основе полупроводниковых материалов в указанной области отличается пониженной надежностью. Это ограничение привело к уменьшению применения германия по сравнению с кремнием, имеющим большую ширину запрещенной зоны, хотя подвижность носителей в германии выше.

### 10.7. Поглощение света в полупроводниках

Полупроводниковые кристаллы, как правило, непрозрачны в видимом диапазоне электромагнитных волн. Поглощение энергии падающего излучения в таких кристаллах может быть обусловлено следующими основными причинами:

— в результате взаимодействия электромагнитной волны с оптически активными колебаниями решетки происходит резонансное поглощение фотона на частоте того или иного оптического фонона, затем, благодаря ангармоническому фонон-фононному взаимодействию энергия электромагнитной волны переходит в тепловую энергию (акустические колебания решетки). Этот механизм прежде всего актуален для ионных кристаллов (гл. 4, 7), однако ряд полупроводниковых бинарных соединений типа  $A^{III}B^V$ ,  $A^{II}B^{VI}$  также имеет частично ионный характер химической связи;

— энергия электромагнитной волны поглощается свободными носителями зарядов, например, электронами, и, преобразуясь в вихревые токи, теряется за счет джоулева тепла. Такой тип поглощения наблюдается в металлах (гл. 8), в результате чего металлы непрозрачны. Благодаря наличию некоторого числа свободных носителей зарядов в полупроводниках такой механизм поглощения также возможен;

— наличие примесных центров и/или иных структурных дефектов в диэлектрических кристаллах приводит к существованию центров окраски. В этом случае энергия падающей волны возбуждает атомы примеси, причем поглощение носит селективный характер. Другая возможность возникает, когда энергии электромагнитной волны достаточно для ионизации примесного атома и пере-

броса электрона (дырки) в зону проводимости (валентную зону). Это случай *внутреннего примесного фотоэффекта*, присущий легированным полупроводникам, и может быть использован как метод определения энергии ионизации примеси;

— если энергия электромагнитного излучения достаточна для того, чтобы ионизировать атомы беспримесного полупроводникового кристалла, то в результате разрыва ковалентных связей образуются пары «электрон–дырка» и возникает фотопроводимость (*внутренний фотоэффект*). В этом случае должна существовать граничная частота (*красная граница фотоэффекта*). Наличие, главным образом, данного механизма объясняет «металлический» блеск кристаллов кремния и германия, сохраняющих такой вид и при низких температурах, где не может быть термического возбуждения свободных электронов или дырок;

— особый тип поглощения возникает при наличии *экситонов* — возбужденные в кристалле электронно-дырочные пары могут образовать относительно стабильные состояния, связанные кулоновским притяжением. Если расстояние между электроном и дыркой велико по сравнению с межатомным расстоянием, говорят об *экситонах слабой связи* (экситоны Мотта); если электрон и дырка расположены в непосредственной близости, такой экситон является *сильно связанным* (экситон Френкеля). Экситоны — бестоковые возбуждения и не увлекаются электрическим полем. В результате аннигиляции электрона и дырки, составлявших экситон, высвобождается энергия в виде электромагнитного излучения, ее величина несколько меньше ширины запрещенной зоны. Поэтому узкие пики, соответствующие образованию экситонов, лежат на кривой оптического поглощения несколько ниже края фундаментальной полосы, соответствующей полному поглощению света кристаллом.

Важным методом изучения свойств полупроводников является исследование оптических спектров поглощения полупроводника для электромагнитных волн с энергией, превышающей ширину запрещенной зоны. Однако надо иметь в виду определенные особенности таких спектров, связанные с различием топографии энергетических зон в тех или иных полупроводниковых кристаллах. Различают *прямые* и *непрямые оптические переходы*. Они связаны с двумя основными типами взаимного расположения валентной зоны и зоны проводимости. Например, низшая точка зоны проводимости расположена точно над верхней точкой валентной зоны (рис. 10.10а). Такой тип зонной структуры возникает в кристаллах GaAs, InAs, InSb, InP, PbS и в некоторых других. Иное расположение указанных энергетических зон характерно для элементарных полупроводников Si, Ge и других (рис. 10.10б). Для этого случая низшая точка зоны проводимости и верхняя точка валентной зоны, разность энергии между которыми и равна ши-

рине запрещенной зоны, разнесены между собой в  $k$ -пространстве на определенный вектор  $\mathbf{k}_0$ . Эта ситуация характерна для так на-

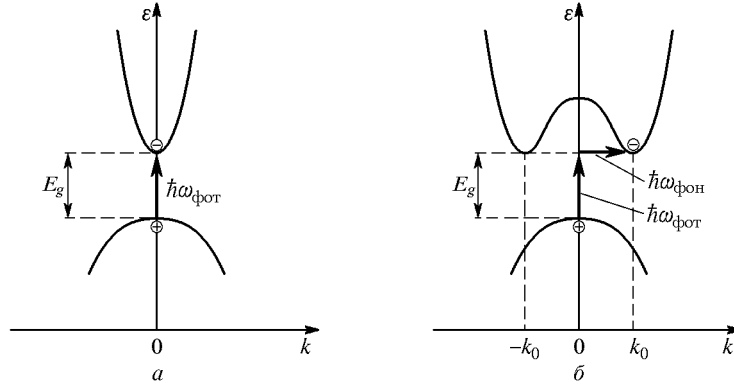


Рис. 10.10. Схематическая диаграмма различия топологии энергетических зон в полупроводниках:  $a$  — иллюстрация прямых (вертикальных) процессов оптического поглощения фотонов с образованием электронно-дырочных пар;  $b$  — иллюстрация непрямых процессов поглощения фотонов с образованием фононов и электронно-дырочных пар

зываемых *многодолинными полупроводниками*. При этом вследствие закона сохранения энергии, переброс электрона из валентной зоны в зону проводимости, помимо образования дырки, должен сопровождаться генерацией фонона с соответствующим волновым вектором  $\mathbf{K} \approx \mathbf{k}_0$ . Нужно подчеркнуть, что диаграмма рис. 10.10 не отражает в полной мере сложную трехмерную картину топологии

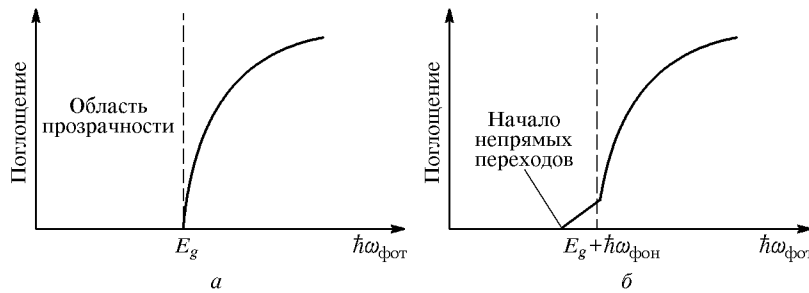


Рис. 10.11. Оптическое поглощение в полупроводниках при 0 K:  $a$  — прямые процессы;  $b$  — непрямые процессы (не показаны возможные линии поглощения, обусловленные экситонами)

энергетических зон в реальных полупроводниках. С энергетической точки зрения, рассмотренные процессы должны подчиняться соотношениям:

$$\hbar\omega_{\text{фот}} = E_g \tag{10.62}$$

для прямого процесса и

$$\hbar\omega_{\text{фот}} = E_g + \hbar\omega_{\text{фон}} \tag{10.63}$$

для непрямого процесса поглощения фотона. Идеализированный вид кривых оптического поглощения для полупроводников при абсолютном нуле показан на рис. 10.11.

Из рис. 10.11б следует особенность спектра поглощения, характерная именно для полупроводников с непрямыми оптическими переходами — край полосы поглощения уже не столь выражен. Тем самым исследование спектров поглощения фотонов в полупроводниках дает ценную информацию не только о ширине запрещенной зоны, но и об особенностях зонной структуры конкретного полупроводника.

### 10.8. Экспериментальное определение типа проводимости полупроводника

Простым тестовым методом определения знака основных носителей заряда в полупроводнике является *метод определения знака термоэлектродвижущей силы* (ТЭДС). Блок-схема установки показана на рис. 10.12. Нагретый стержень, опущенный до соприкосновения с поверхностью образца невырожденного полупроводника, вызывает в последнем градиент температуры. Поскольку основные носители в невырожденном полупроводнике рассматриваются как свободный газ, возникает диффузионное движение частиц газа из области высокой температуры к холодной области. Если эти частицы — электроны, повышение их концентрации вызовет появление избыточного отрицательного заряда на

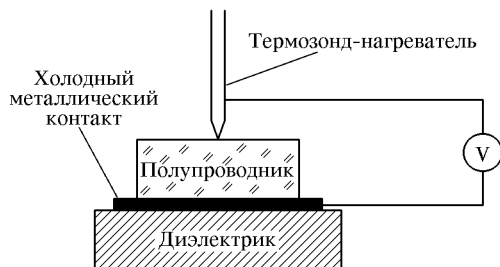


Рис. 10.12. Метод ТЭДС для определения знаков носителей зарядов в полупроводниках

холодной поверхности образца, и вольтметр покажет разность потенциалов, соответствующую показанной на рис. 10.12. Влиянием дополнительных ТЭДС, возникающих за счет металлических контактов, можно пренебречь, поскольку  $TЭДС_{полупр} \gg TЭДС_{мет}$ .

Очевидно, что для дырочного полупроводника знак ТЭДС будет обратным. Не столь очевидным будет ответ для собственного полупроводника. Несмотря на то, что концентрация термически генерированных электронов равна концентрации дырок, ТЭДС не будет равной нулю вследствие того, что подвижность электронов

обычно значительно больше подвижности дырок. Это обстоятельство обусловит эффективно большую концентрацию электронов на холодной поверхности образца, и знак ТЭДС будет таким же, что и для электронного полупроводника, однако величина ТЭДС будет значительно меньше.

Важным методом исследования полупроводников является использование эффекта Холла. Как и в металлах (гл. 8), эффект Холла возникает в полупроводниках при наличии тока и внешнего постоянного магнитного поля, направление которого перпендикулярно направлению движения электронов или дырок. Вследствие действия силы Лоренца на движущиеся заряженные частицы, их поток отклоняется от направления, заданного электрическим полем, и в образце в направлении, перпендикулярном электрическому и магнитному полям, возникает электродвижущая сила. Знак ЭДС Холла будет зависеть от знака основных носителей зарядов и направления магнитного поля. Напряженность поля  $E_H$ , обусловленная ЭДС Холла, разность потенциалов  $U_H$ , полный ток  $I$  и индукция магнитного поля  $B$  связаны между собой соотношением:

$$E_H = \frac{U_H}{d} = R \frac{BI}{ad}, \quad (10.64)$$

где  $R$  — постоянная Холла (ее величина зависит от вида материала, знак — от знака носителей заряда),  $a$  — ширина образца вдоль направления действия магнитного поля,  $d$  — толщина образца в направлении измерения разности потенциалов  $U_H$ .

Различие в знаках постоянной Холла для частиц-носителей заряда разного знака, можно понять, руководствуясь рис. 10.13.

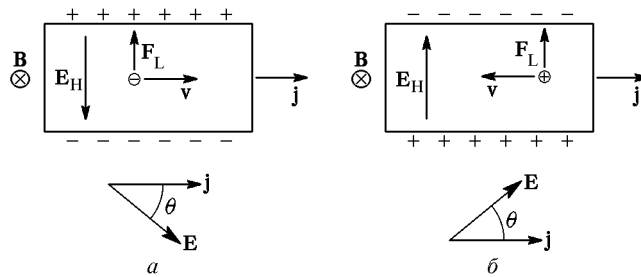


Рис. 10.13. К объяснению эффекта Холла в полупроводниках различного типа:  $a$  — дырочный полупроводник;  $b$  — электронный полупроводник

Пусть постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка, и силовые линии входят в эту плоскость.

При выбранном направлении тока и постоянного магнитного поля сила Лоренца действует на положительные заряды так, что вызывает их отклонение от первоначального направления движе-



ния в сторону верхней плоскости образца. Тогда повышение концентрации положительных зарядов около верхней плоскости (и отрицательных около нижней) приведет к появлению электрического поля Холла, направленного сверху вниз. Для этого случая результирующее электрическое поле, равное векторной сумме внешнего электрического поля и поля Холла, образует с направлением вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  некоторый угол  $\theta$ . Принято соглашение, что, если при указанном сочетании направлений векторов магнитного поля и плотности тока результирующий вектор электрического поля поворачивается относительно вектора  $\mathbf{j}$  по часовой стрелке, постоянная Холла положительна (и знак носителей заряда также положителен). Для отрицательных частиц при том же направлении векторов магнитного поля и плотности тока сила Лоренца будет направлена в прежнем направлении, однако поле Холла изменит направление на противоположное.

Эффект Холла, помимо диагностического метода исследований полупроводниковых материалов, лежит в основе многочисленных устройств и приборов, например, в датчиках магнитного поля, для модуляции и детектирования электромагнитных волн и т. д.

### Задачи

10.1. Определить число атомов в элементарной ячейке для кремния и германия.

10.2. Оценить электропроводность германия, который содержит индий в концентрации  $10^{-22} \text{ м}^{-3}$  и сурьму в концентрации  $10^{-21} \text{ м}^{-3}$ . Подвижности электронов и дырок считать равными  $0,4$  и  $0,2 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  соответственно.

10.3. Предложить способы экспериментального определения ширины запрещенной зоны полупроводника.

10.4. Найти число носителей тока в полупроводнике, образовавшихся при поглощении  $10^{-5}$  Дж световой энергии с длиной волны  $3000 \text{ \AA}$ . Квантовый выход считать равным 1.

10.5. Пренебрегая собственной проводимостью, оценить электропроводность полупроводника при комнатной температуре и температуре жидкого кислорода, если концентрация акцепторов  $10^{24} \text{ м}^{-3}$ , энергетический уровень этих акцепторов на  $0,5 \text{ эВ}$  выше, чем потолок валентной зоны и подвижность дырок в валентной зоне  $0,1 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .

10.6. В донорном полупроводнике все атомы примеси ионизированы. Найти плотности электронов и дырок и удельное сопротивление образца, если плотность электронов определяется только донорными центрами концентрация доноров  $10^{23} \text{ м}^{-3}$ , а подвижности электронов и дырок такие же, как в задаче 10.2.